



Sysľove guľičky

Sysľ sa ako malý rád hrával s guľičkami. Z kelímkov od jogurtu a plastových trubičiek si stavala zložité zariadenia, ktorých jediným cieľom bolo guľičku čo najkomplikovanejším spôsobom dostať do pohárika.

Teraz je už Sysľ starý (nedávno mal 26, takže uznáte, že má na mále), ale zato bohatý (predávať vysávače sa zjavne oplatí), preto si k narodeninám kúpil profesionálnu sadu pozostávajúcu z trubičiek, rôznych súčiastok a jednej guľičky. A teraz sedí na zemi a skladá si z nich úžasné zariadenia.

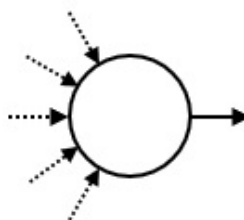
Sysľovo **zariadenie** sa skladá z niekoľkých **súčiastok**, ktoré sú poprepávané trubičkami. Každá súčiastka má niekoľko (potenciálne nula) **vstupov** a jeden alebo dva **výstupy**. Počet vstupov súčiastky nie je ničím obmedzený, každá ich môže mať ľubovoľne veľa. Vstupy a výstupy súčiastok sú poprepávané trubičkami a musí platiť, že každá trubička spája práve jeden výstup s jedným vstupom. Občas sa môže stať, že výstup súčiastky je pripojený na vstup tej istej súčiastky. V celom zariadení musí platiť, že z každého výstupu a ku každému vstupu vedie práve jedna trubička.

V tomto zariadení sa pohybuje guľička, ktorá sa kotúľa z jednej súčiastky do druhej pomocou trubičiek. Guľička zakaždým opustí súčiastku cez jeden z jej výstupov, prejde príslušnou trubičkou a na jej konci padne cez vstup do ďalšej súčiastky. Keďže v každej súčiastke existuje výstup, guľička putuje zariadením donekonečna.

Sysľ má k dispozícii tri typy súčiastiek: **Začiatok**, **Musicbox** (trigger) a **Striedač** (switch). V každom zariadení je práve jeden Začiatok. Počet Musicboxov označíme M a počet Striedačov označíme S . Každá súčiastka v zariadení má priradené unikátne celé číslo, ktoré voláme **sériové číslo**.

Začiatok je súčiastka do ktorej na začiatku vloží Sysľ guľičku. Táto súčiastka má práve jeden výstup. Jej sériové číslo je 0.

Začiatok schematicky znázorňujeme nasledovne:

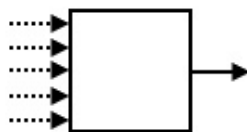


Musicbox je veľmi jednoduchá súčiastka, ktorá má práve jeden výstup. Keď do nej

gulička príde, tým jediným výstupom odíde. Sériové čísla Musicboxov sú čísla 1 až M .

Pri prechode Musicboxom gulička vydáva zvuk. Pre každý Musicbox je tento zvuk iný,

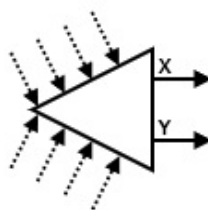
Musicbox schematicky znázorňujeme nasledovne:



Striedač, kto by to bol povedal, má dva výstupy, a posiela guličku von striedavo jedným a druhým.

Formálne, výstupy Striedača budeme označovať 'X' a 'Y'. Striedač je vždy v jednom z dvoch **stavov**, ktoré si tiež označíme 'X' a 'Y'. Keď gulička vjde do Striedača, vyjde z neho výstupom, ktorý zodpovedá jeho aktuálnemu stavu. Následne sa stav tohto Striedača zmení na opačný (teda z 'X' na 'Y' a naopak). Na začiatku má každý Striedač stav 'X'. Ich sériové čísla sú -1 až $-S$.

Striedač schematicky znázorňujeme nasledovne:



Tvojou úlohou je pomôcť Syslovi postaviť konkrétne jedno zariadenie. Sysel' sa už rozhodol, že chce mať v zariadení presne M Musicboxov. Navyše si zvolil konkrétnu melódiu, ktorú si chce vypočítať. Formálne, dal ti postupnosť A dĺžky N . Prvky tejto postupnosti sú sériové čísla Musicboxov v poradí, v ktorom musí gulička cez ne prechádzať. Tieto sériové čísla môžu byť ľubovoľné: môžu sa opakovať a niektoré nemusia byť vôbec prítomné. Tvojou úlohou bude vytvoriť zariadenie, ktoré spĺňa nasledujúce podmienky:

- Po nejakej dobe od spustenia zariadenia sa gulička vráti do Začiatku.
- Keď sa gulička prvýkrát dostane späť do Začiatku, všetky Striedače musia byť v stave 'X'.
- Pred tým, ako sa gulička prvýkrát vráti do Začiatku, presne N -krát prejde cez Musicbox.
- Postupnosť sériových čísel Musicboxov, cez ktoré gulička prejde, musí presne zodpovedať postupnosti A - gulička teda musí ako prvý navštíviť Musicbox číslo A_0 , potom Musicbox číslo A_1 , a tak ďalej.
- Nech P je celkový počet prechodov guličky cez nejaký **Striedač** pred jej prvým návratom do Začiatku. Hodnota P nesmie presiahnuť 20 000 000.

Tvojou úlohou je zvoliť si číslo S (počet **Striedačov**, ktoré použiješ) a postaviť zariadenie tak, aby si splnil vyššie popísané požiadavky. Použitý počet Striedačov musí byť dostatočne malý. Presnejšie bodovanie v závislosti od počtu použitých Striedačov nájdeš v časti Podúlohy.

Implementačné detaily

Tvojou úlohou bude naprogramovať nasledovnú funkciu:

```
create_circuit(int M, int[] A)
```

- M : počet Musicboxov.
- A : pole dĺžky N , ktoré obsahuje postupnosť sériových čísel Musicboxov v poradí, v ktorom nimi musí guľička pri pohybe zariadením prejsť.
- Táto funkcia je zavolaná práve raz.
- Hodnotu N , dĺžku poľa A , je možné zistiť klasickým postupom, ktorý je spomenutý v Implementačnom nieľade.

Ako odpoveď by tvoj program mal zavolať nasledovnú funkciu:

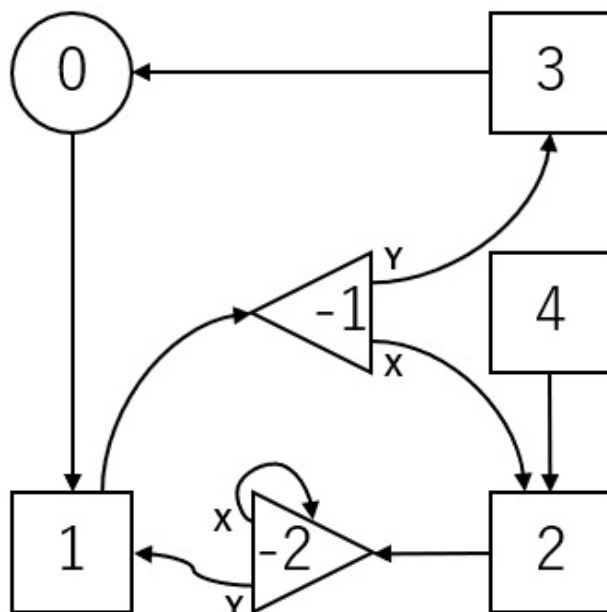
```
answer(int[] C, int[] X, int[] Y)
```

- C : pole dĺžky $M + 1$. V tomto poli sa nachádzajú popisy výstupov Začiatku a Musicboxov. Presnejšie platí, že výstup súčiastky i , pre $0 \leq i \leq M$, je napojený na jeden vstup súčiastky $C[i]$.
- X, Y : polia rovnakej dĺžky S . Dĺžka S týchto polí označuje počet Striedačov, ktoré v tvojom zariadení používaš. Striedač $-j$, pre $1 \leq j \leq S$ má výstup 'X' napojený na jeden vstup súčiastky $X[j - 1]$ a výstup 'Y' na jeden vstup súčiastky $Y[j - 1]$.
- S musí byť najviac 400 000.
- Táto funkcia musí byť zavolaná práve raz.
- Zariadenie reprezentované poliami C, X a Y musí spĺňať všetky podmienky zo zadania.

V prípade, že niektorá z vyššie uvedených podmienok nebude splnená, váš program dostane verdikt **Wrong Answer**. V opačnom prípade dostane verdikt **Accepted** a tvoje skóre sa vypočíta na základe hodnoty S .

Príklad

Nech $M = 4$, $N = 4$, a $A = [1, 2, 1, 3]$. Testovač zavolá funkciu `create_circuit(4, [1, 2, 1, 3])`.



Obrázok vyššie znázorňuje zariadenie, ktorý je popísané funkciou $\text{answer}([1, -1, -2, 0, 2], [2, -2], [3, 1])$. Čísla v jednotlivých súčiastkach sú ich sériové čísla.

Zariadenie obsahuje dva Striedače a teda $S = 2$. Ich stav je na začiatku v oboch prípadoch 'X'.

Gulička sa kotúľa po zariadení nasledovne:

$$0 \longrightarrow 1 \longrightarrow -1 \xrightarrow{X} 2 \longrightarrow -2 \xrightarrow{X} -2 \xrightarrow{Y} 1 \longrightarrow -1 \xrightarrow{Y} 3 \longrightarrow 0$$

- Keď gulička prvýkrát príde do Striedača -1 , jeho stav je 'X'. Gulička sa preto presunie do Musicboxu 2 a stav Striedača -1 sa zmení na 'Y'.
- Keď sa gulička dostane do Striedača -1 druhýkrát, jeho stav je 'Y', preto poputuje gulička do Musicboxu 3. Stav Striedača -1 sa zmení naspäť na 'X'.

Gulička sa do začiatku vráti potom, ako prešla cez Musicboxy 1, 2, 1, 3. Stavy oboch Striedačov sú 'X' a hodnota P (celkový počet prechodov cez Striedače) je 4. Zariadenie teda splňa všetky podmienky.

Súbor `sample-01-in.txt` v zip súbore obsahuje tento príklad. Okrem toho nájdete v tomto súbore aj ďalšie príklady vstupu.

Obmedzenia

- $1 \leq M \leq 100\,000$
- $1 \leq N \leq 200\,000$
- pre všetky k od 0 po $N - 1$ platí $1 \leq A_k \leq M$

Podúlohy

1. (2 body) Pre všetky i (kde $1 \leq i \leq M$) sa číslo i objaví v postupnosti A_0, A_1, \dots, A_{N-1} **najviac raz**.
2. (4 body) Pre všetky i (kde $1 \leq i \leq M$) sa číslo i objaví v postupnosti A_0, A_1, \dots, A_{N-1} **najviac dvakrát**.
3. (10 bodov) Pre všetky i (kde $1 \leq i \leq M$) sa číslo i objaví v postupnosti A_0, A_1, \dots, A_{N-1} **najviac štyrikrát**.
4. (10 bodov) $N = 16$
5. (18 bodov) $M = 1$
6. (56 bodov) Bez ďalších obmedzení.

Vo všetkých vstupoch platí, že ak tvoj program dostane **Accepted**, tvoje body za tento vstup sa vypočítajú na základe hodnoty S - počtu použitých Striedačov.

- Ak platí, že $S \leq N + \log_2 N$, za daný vstup získaš plný počet bodov (podľa príslušnej podúlohy).
- Vo vstupoch podúloh 5 a 6 je možné získať čiastočné body. Ak $N + \log_2 N < S \leq 2N$, tvoje body za tento vstup vypočítame tak, že koeficientom $0.5 + 0.4 \times \left(\frac{2N - S}{N - \log_2 N} \right)^2$ vynásobíme maximálny počet bodov za danú podúlohu.
- V ostatných prípadoch za vstup získaš 0 bodov.

Nezabudni, že výsledné skóre za podúlohu sa vypočíta ako minimum bodov získaných na jednotlivých vstupoch tejto podúlohy.

Sample grader

Sample grade číta vstup zo štandardného vstupu v nasledovnom formáte.

- riadok 1: $M N$
- riadok 2: $A_0 A_1 \dots A_{N-1}$

Sample grader vytvára tri výstupy.

Ako prvé vypíše tvoje odpoveď do súboru `out.txt` v nasledovnom formáte.

- riadok 1: S
- riadok $2 + i$ (kde $0 \leq i \leq M$): $C[i]$
- riadok $2 + M + j$ (kde $1 \leq j \leq S$): $X[j - 1] Y[j - 1]$

Ako druhé, grader simuluje pohyb guľičky po tebou vytvorenom zariadení. Sériové čísla súčiastiek, do ktorých guľička vošla, vypíše do súboru `log.txt`.

Ako tretie, grader vypíše výsledok tohto testovania na štandardný výstup.

- Ak dostaneš odpoveď **Accepted**, grader vypíše hodnoty S a P vo forme `Accepted: S P`.

- Ak dostaneš odpoveď **Wrong Answer**, grader vypíše **Wrong Answer: MSG**. Význam reťazcu MSG je nasledovný:
 - `answered not exactly once`: funkcia `answer` nebola zavolaná práve raz.
 - `wrong array length`: dĺžka poľa `C` nie je $M + 1$ alebo sú dĺžky polí `X` a `Y` rôzne.
 - `over 400000 switches`: počet Striedačov S je väčší ako 400 000.
 - `wrong serial number`: existuje prvok polí `C`, `X`, alebo `Y`, ktorý je menší ako $-S$ alebo väčší ako M .
 - `over 20000000 inversions`: guľička sa nevráti do začiatku po najviac 20 000 000 navštíveníach Striedača.
 - `state 'Y'`: existuje Striedač, ktorého stav je 'Y', keď sa guľička prvýkrát vráti do Začiatku.
 - `wrong motion`: poradie navštívenia Musicboxov guľičkou sa nezhoduje s postupnosťou A .

Pozor, grader nemusí vytvoriť (resp. prepísať) súbory `out.txt` a `log.txt` ak tvoj program dostane **Wrong Answer**.