Mechanical Doll

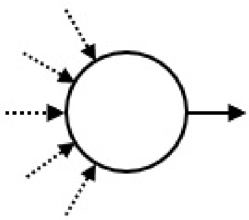
Η μηχανική κούκλα είναι μια κούκλα που αυτόματα επαναλαμβάνει μία συγκεκριμένη ακολουθία κινήσεων. Στην Ιαπωνία, μηχανικές κούκλες κατασκευάζονται από πολύ παλιά.

Οι κινήσεις της μηχανικής κούκλας ελέγχονται από ένα **κύκλωμα** αποτελούμενο από **συσκευές**. Οι συσκευές ενώνονται μεταξύ τους με σωλήνες. Κάθε συσκευή έχει μία ή δύο **εξόδους** και μπορεί να έχει οσεσδήποτε πολλές (πιθανώς μηδέν) **εισόδους**. Κάθε συσκευή μπορεί να έχει οσεσδήποτε πολλές εισόδους. Κάθε σωλήνας συνδέει την έξοδο μίας συσκευής με την είσοδο της ίδιας ή κάποιας άλλης συσκευής. Ακριβώς ένας σωλήνας συνδέεται σε κάθε είσοδο και ακριβώς ένας σωλήνας συνδέεται σε κάθε έξοδο.

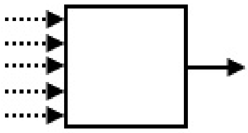
Για να καταλάβετε πώς η κούκλα κάνει διάφορες κινήσεις, θεωρήστε μία **μπάλα** που τοποθετείται σε μία από τις συσκευές. Η μπάλα ταξιδεύει μέσα στο κύκλωμα. Σε κάθε βήμα του ταξιδιού της, η μπάλα φεύγει από τη συσκευή όπου βρίσκεται χρησιμοποιώντας μία από τις εξόδους, ταξιδεύει μέσω του σωλήνα που συνδέεται σε αυτή την έξοδο και εισέρχεται στη συσκευή που βρίσκεται στο άλλο άκρο του σωλήνα.

Υπάρχουν τρεις τύποι συσκευών: **αφετηρία**, **σκανδάλη**, και **διακόπτης**. Στο κύκλωμα υπάρχει ακριβώς μία αφετηρία, M σκανδάλες και S διακόπτες (το S μπορεί να είναι μηδέν). Πρέπει να αποφασίσετε την τιμή του S. Κάθε συσκευή έχει ένα μοναδικό σειριακό αριθμό.

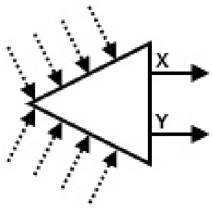
Η αφετηρία είναι η συσκευή στην οποία η μπάλα βρίσκεται αρχικά. Έχει μόνο μία έξοδο. Ο σειριακός αριθμός της είναι 0.



Μία σκανδάλη αναγκάζει την κούκλα να κάνει μία συγκεκριμένη κίνηση όποτε η μπάλα εισέρχεται σε αυτήν. Κάθε σκανδάλη έχει μόνο μία έξοδο.. Οι σειριακοί αριθμοί των σκανδαλών είναι από το 1 μέχρι και το M.



Κάθε διακόπτης έχει δύο εξόδους, που ονομάζονται 'X' και 'Y'. Η **κατάσταση** ενός διακόπτη είναι είτε 'X' ή 'Y'. Αφότου μία μπάλα εισέρθει στον διακόπτη, φεύγει από αυτόν χρησιμοποιώντας την έξοδο που ορίζεται από την τρέχουσα κατάσταση του διακόπτη. Μετά από αυτό, η κατάσταση του διακόπτη αλλάζει και γίνεται η αντίθετη. Αρχικά, όλοι οι διακόπτες είναι στην κατάσταση 'X'. Οι σειριακοί αριθμοί των διακοπτών είναι από -1 μέχρι και $-S$.



Σας δίνεται ο αριθμός M των σκανδαλών. Σας δίνεται επίσης μία ακολουθία A μήκους N, κάθε στοιχείο της οποίας είναι ο σειριακός αριθμός μίας σκανδάλης. Κάθε σκανδάλη μπορεί να εμφανίζεται κάποιες φορές (πιθανώς και μηδέν) μέσα στην ακολουθία A. Ζητείται να κατασκευάσετε ένα κύκλωμα που ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες:

- Η μπάλα επιστρέφει στην αφετηρία μετά από κάποιο πλήθος βημάτων.
- Όταν η μπάλα επιστρέψει στην αφετηρία, όλοι οι διακόπτες είναι στην κατάσταση 'X'.
- Η μπάλα επιστρέφει στην αφετηρία για πρώτη φορά αφού εισέρθει ακριβώς N φορές σε σκανδάλες. Οι σειριακοί αριθμοί των σκανδαλών με τη σειρά που η μπάλα εισέρχεται σε αυτές είναι $A_0, A_1, \ldots, A_{N-1}$.
- Έστω P ο συνολικός αριθμός αλλαγών κατάστασης όλων των διακοπτών του κυκλώματος που προκαλούνται από την κίνηση της μπάλας προτού αυτή επιστρέψει στην αφετηρία. Η τιμή του P δεν υπερβαίνει το $20\,000\,000$.

Επίσης, δε θέλετε να χρησιμοποιήσετε υπερβολικά πολλούς διακόπτες.

Λεπτομέρειες υλοποίησης

Πρέπει να υλοποιήσετε την ακόλουθη συνάρτηση:

```
create_circuit(int M, int[] A)
```

- `M`: το πλήθος των σκανδαλών.
- `A`: ένας πίνακας μήκους N, που περιέχει τους σειριακούς αριθμούς των σκανδαλών στις οποίες η μπάλα πρέπει να εισέρθει, με τη σειρά που θα εισέρθει

η μπάλα σε αυτές.
- Η συνάρτηση αυτή καλείται ακριβώς μία φορά.
- Προσέξτε ότι η τιμή του N είναι το μήκος του πίνακα `A` και μπορεί να βρεθεί όπως εξηγείται στο φυλλάδιο των Σημειώσεων Υλοποίησης.

Το πρόγραμμά σας πρέπει να καλέσει την παρακάτω συνάρτηση για να απαντήσει:

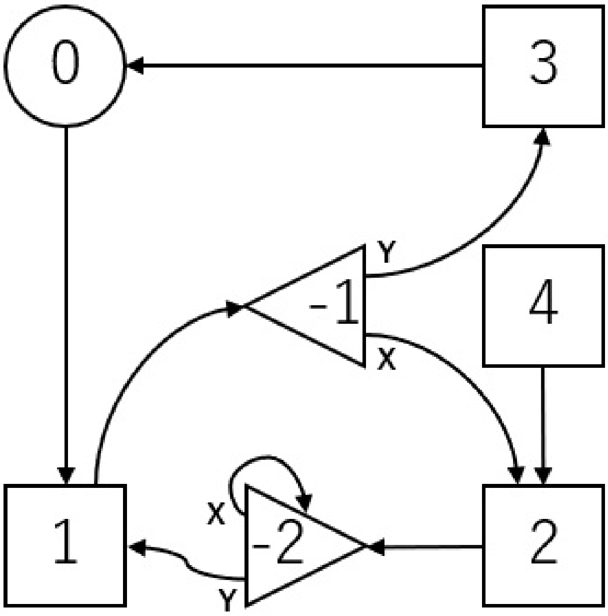
```
answer(int[] C, int[] X, int[] Y)
```

- `C`: ένας πίνακας μήκους $M+1$. Η έξοδος της συσκευής i ($0 \leq i \leq M$) είναι συνδεδεμένη στη συσκευή `C[i]`.
- `X`, `Y`: πίνακες του ίδιου μήκους. Το μήκος S αυτών των πινάκων είναι το πλήθος των διακοπτών στο κύκλωμα. Για το διακόπτη $-j$ ($1 \leq j \leq S$), η έξοδος 'X' του είναι συνδεδεμένη στη συσκευή `X[j - 1]` και η έξοδος 'Y' του είναι συνδεδεμένη στη συσκευή `Y[j - 1]`.
- Κάθε στοιχείο των πινάκων `C`, `X` και `Y` πρέπει να είναι ένας ακέραιος αριθμός μεταξύ $-S$ και M, συμπεριλαμβανομένων.
- Το S δεν πρέπει να υπερβαίνει το $400\,000$.
- Η συνάρτηση αυτή πρέπει να καλείται ακριβώς μία φορά.
- Το κύκλωμα που αναπαριστούν οι πίνακες `C`, `X` και `Y` πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες που αναφέρονται παραπάνω στην εκφώνηση.

Αν κάποια από τις παραπάνω συνθήκες δεν ικανοποιείται, το πρόγραμμά σας θεωρείται ότι δίνει **`Wrong Answer`**. Διαφορετικά, το πρόγραμμά σας θεωρείται **`Accepted`** και το σκορ υπολογίζεται βάσει της τιμής του S (βλ. τα Υποπροβλήματα).

Παράδειγμα

Έστω $M=4$, $N=4$ και $A=[1,2,1,3]$. Ο βαθμολογητής καλεί `create_circuit(4, [1, 2, 1, 3])`.



Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ένα κύκλωμα, το οποίο περιγράφεται από την κλήση `answer([1, -1, -2, 0, 2], [2, -2], [3, 1])`. Οι αριθμοί που εμφανίζονται στο σχήμα είναι οι σειριακοί αριθμοί των συσκευών.

Χρησιμοποιούνται δύο διακόπτες. Επομένως $S = 2$.

Αρχικά, η κατάσταση και των δύο διακοπτών -1 και -2 είναι 'X'.

Η μπάλα ταξιδεύει ως εξής:

$0 \longrightarrow 1 \longrightarrow -1 \xrightarrow{\text{X}} 2 \longrightarrow -2 \xrightarrow{\text{X}} -2 \xrightarrow{\text{Y}} 1 \longrightarrow -1 \xrightarrow{\text{Y}} 3 \longrightarrow 0$

- Όταν η μπάλα εισέρχεται για πρώτη φορά στο διακόπτη -1, η κατάστασή του είναι 'X'. Επομένως, η μπάλα ταξιδεύει προς τη σκανδάλη 2 και η κατάσταση του διακόπτη -1 αλλάζει σε 'Y'.
- Όταν η μπάλα εισέρχεται για δεύτερη φορά στο διακόπτη -1, η κατάστασή του είναι 'Y'. Επομένως, η μπάλα ταξιδεύει προς τη σκανδάλη 3 και η κατάσταση του διακόπτη -1 αλλάζει και πάλι σε 'X'.

Η μπάλα επιστρέφει για πρώτη φορά στην αφετηρία έχοντας εισέρθει προηγουμένως στις σκανδάλες $1, 2, 1, 3$. Οι καταστάσεις και των δύο διακοπτών -1 και -2 είναι 'X'. Η τιμή του P είναι 4. Επομένως, το κύκλωμα αυτό ικανοποιεί τις συνθήκες.

Το αρχείο `sample-01-in.txt` στο συμπιεσμένο πακέτο αντιστοιχεί σε αυτό το παράδειγμα. Στο συμπιεσμένο πακέτο θα βρείτε επίσης κι άλλα παραδείγματα.

Περιορισμοί

- $1 \leq M \leq 100\,000$
- $1 \leq N \leq 200\,000$
- $1 \leq A_k \leq M$ $(0 \leq k \leq N - 1)$

Υποπροβλήματα

Το σκορ και οι περιορισμοί για κάθε περίπτωση ελέγχου είναι ως εξής:

1. (2 βαθμοί) Για κάθε i ($1 \leq i \leq M$), ο ακέραιος i εμφανίζεται το πολύ μία φορά στην ακολουθία $A_0, A_1, \ldots, A_{N-1}$.
2. (4 βαθμοί) Για κάθε i ($1 \leq i \leq M$), ο ακέραιος i εμφανίζεται το πολύ δύο φορές στην ακολουθία $A_0, A_1, \ldots, A_{N-1}$.
3. (10 βαθμοί) Για κάθε i ($1 \leq i \leq M$),ο ακέραιος i εμφανίζεται το πολύ 4 φορές στην ακολουθία $A_0, A_1, \ldots, A_{N-1}$.
4. (10 βαθμοί) $N = 16$
5. (18 βαθμοί) $M = 1$
6. (56 βαθμοί) Κανένας επιπρόσθετος περιορισμός.

Για κάθε περίπτωση ελέγχου, αν το πρόγραμμά σας θεωρηθεί **Accepted**, το σκορ σας υπολογίζεται βάσει της τιμής του S:

- Αν $S \leq N + \log_2 N$, τότε παίρνετε το πλήρες σκορ για αυτή την περίπτωση ελέγχου.
- Για κάθε περίπτωση ελέγχου στα Υποπροβλήματα 5 και 6, αν $N + \log_2 N < S \leq 2N$, τότε παίρνετε μερική βαθμολογία. Το σκορ για αυτή την περίπτωση ελέγχου είναι $0.5 + 0.4 \times \left(\frac{2N - S}{N - \log_2 N}\right)^2$, επί το πλήρες σκορ που αντιστοιχεί σε αυτή την περίπτωση ελέγχου.
- Διαφορετικά, το σκορ είναι 0.

Προσέξτε ότι το σκορ κάθε υποπροβλήματος είναι το ελάχιστο των σκορ όλων των περιπτώσεων ελέγχου του υποπροβλήματος.

Υποδειγματικός βαθμολογητής

Ο υποδειγματικός βαθμολογητής διαβάζει από την τυπική είσοδο (standard input) ως εξής:

- γραμμή 1: M N
- γραμμή 2: A_0 A_1 $\ldots$ A_{N-1}

Ο υποδειγματικός βαθμολογητής παράγει τρία αποτελέσματα.

Πρώτον, εκτυπώνει την απάντησή σας στο αρχείο με όνομα `out.txt` με την παρακάτω μορφή:

- γραμμή 1: S
- γραμμή $2 + i$ ($0 \leq i \leq M$): `C[i]`
- γραμμή $2 + M + j$ ($1 \leq j \leq S$): `X[j - 1] Y[j - 1]`

Δεύτερον, προσομοιώνει τις κινήσεις της μπάλας και εκτυπώνει κατά σειρά τους σειριακούς αριθμούς των συσκευών όπου αυτή εισέρχεται, στο αρχείο με όνομα `log.txt`.

Τρίτον, εκτυπώνει την αξιολόγηση της απάντησής σας στην τυπική έξοδο.

- Αν το πρόγραμμά σας θεωρηθεί **`Accepted`**, ο υποδειγματικός βαθμολογητής εκτυπώνει το S και το P με την ακόλουθη μορφή: `Accepted: S P`.

- Αν το πρόγραμμά σας θεωρηθεί ότι δίνει **`Wrong Answer`**, εκτυπώνει `Wrong Answer: MSG`. Η σημασία του `MSG` είναι η ακόλουθη:

  - `answered not exactly once`: Η συνάρτηση `answer` δεν καλείται ακριβώς μία φορά.
  - `wrong array length`: Το μήκος του πίνακα `C` δεν είναι $M + 1$, ή τα μήκη των πινάκων `X` και `Y` διαφέρουν.
  - `over 400000 switches`: η τιμή του S υπερβαίνει το $400\,000$.
  - `wrong serial number`: Κάποιο στοιχείο των πινάκων `C`, `X` ή `Y` είναι είτε μικρότερο του $-S$ ή μεγαλύτερο του M.
  - `over 20000000 inversions`: Η μπάλα δεν έχει επιστρέψει στην αφετηρία μετά από $20\,000\,000$ αλλαγές καταστάσεων των διακοπτών.
  - `state 'Y'`: Υπάρχει ένας διακόπτης του οποίου η κατάσταση είναι 'Y' όταν η μπάλα επιστρέφει στην αφετηρία για πρώτη φορά.
  - `wrong motion`: Οι σκανδάλες στις οποίες εισέρχεται η μπάλα είναι διαφορετικές από αυτές της ακολουθίας A.

Προσέξτε ότι ο υποδειγματικός βαθμολογητής είναι πιθανό να μην κατασκευάσει τα αρχεία `out.txt` ή/και `log.txt` αν το πρόγραμμά σας θεωρηθεί ότι δίνει `Wrong Answer`.